

Neřešme pro začátek Tondovu úlohu a učíme pár pozorování. Mějme kružnice  $k, l$  (středů  $K, L$ ), které se protínají v bodech  $XY$ . Dále vezmeme bod  $S \in l$  různý od  $X, Y$  a bod  $A$  jako průsečík  $k$  a  $SX$  různý od  $X$ . Pak  $A$  je obrazem bodu  $S$  ve spirální podobnosti se středem v  $Y$ , která zobrazí kružnici  $l$  na  $k$ . Proto, když budeme rovnoměrně pohybovat CW (zkratkou CW myslím po směru hodinových ručiček) bodem  $S$  po  $l$ , bude se i bod  $A$  rovnoměrně pohybovat CW po  $k$ .

Když analogicky definujeme bod  $B$ , jako průsečík  $k$  a  $SY$  různý od  $Y$ , opět se tento bod bude po  $k$  pohybovat rovnoměrně CW. Tedy trojúhelník  $KAB$  se bude při rovnoměrném pohybu  $S$  rovnoměrně otáčet CW. Zvolme nyní nějaký pevný bod trojúhelníku  $KAB$  na ose úhlu  $AKB$  (třeba těžiště), a označme ho  $M$ . Ten bude při rovnoměrném pohybu  $S$  rovnoměrně CW opisovat kružnici (označme ji  $m$ ), jejíž střed bude ležet na  $KL$ .

Nyní označme  $H$  střed stejnolehlosti, která zobrazí  $l$  na  $m$  a to takové, aby pro  $S$  ležící na přímce  $KL$  zobrazila tato stejnolehlost  $S$  na  $M$ . Dále označme  $S'$  obraz bodu  $S$  v této stejnolehlosti. Víme, že i  $S'$  se bude CW rovnoměrně pohybovat po  $m$ , při pohybu  $S$ . Ovšem protože se při rovnoměrném CW pohybu  $S$  hýbou  $M$  i  $S'$  rovnoměrně CW (a stejně rychle, oba dva body oběhnou kolečko, když ho oběhne  $S$ ), víme, že  $M = S'$  vždy. Tedy  $MS$  prochází jedním bodem nezávislým na poloze  $S$ .

A nyní se vraťme k Tondově úloze. Pokud hýbeme pouze s body  $BC$  (otáčíme trojúhelník  $ABC$ ), pohybuje se bod  $S$  po kružnici (snadné vyúhlení). Tuto kružnici budem považovat za  $l$  z minulé úlohy, body  $BC$  si můžem představit jako body určené na základě  $k$  a  $S$ , jako  $M$  zvolíme střed trojúhelníka. Víme, že  $SM$  prochází pevným bodem  $H$  nezávislým na  $S$ . Položíme-li  $B$  do bodů  $A, D$ , vidíme, že  $H$  leží na osách  $OA, DA$ , tedy  $H = U$ . Inu a body  $MSH$  leží v přímce bez ohledu na polohu  $S$ .

QED